



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 21.02.2016

**Clasa a XI-a**

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,  
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

**SUBIECTUL 1**

Fie  $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}$ .

- Calculați  $\det(A(x))$ .
- Arătați că  $(A(x))^2 = 2x \cdot A(x)$ .
- Determinați  $x \in \mathbb{C}$  pentru care  $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$ .

**SUBIECTUL 2**

În sistemul cartezian de coordonate  $xOy$  se consideră punctele  $A_n \left( \log_2 \left( \frac{1}{2} \right)^n, \log_3 9^n \right)$ ,  $n \geq 1$ .

- Arătați că șirurile  $a_n = \left( \frac{1}{2} \right)^n$  și  $b_n = 9^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  sunt progresii geometrice și determinați rația fiecăreia.
- Scrieți ecuația dreptei care trece prin punctele  $A_1$  și  $A_2$ .
- Demonstrați că punctele  $A_n$  sunt situate pe dreapta  $A_1A_2$ ,  $(\forall) n \geq 1$ .

**SUBIECTUL 3**

a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$ .

b) Determinați parametrii reali  $a, b$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ , unde  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \in \mathbb{Q} \setminus \{1\} \\ 0, & x = 1 \\ x - b, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$

c) Determinați  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + mx} - \sqrt{x^2 - mx}) = 1$ .

**SUBIECTUL 4**

Fie  $f_m(x) = \frac{mx^2 + (m-1)x}{x+1}$ ,  $x \neq -1$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .

Arătați că asimptotele oblice ale familiei  $(f_m(x))$  trec printr-un punct fix.

**Notă:**

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu